

ИНСТИТУТ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК И ЭКОЛОГИИ

ЗАДАЧИ по курсу:

ФИЗИКА – ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Автор: доцент Барабанов Алексей Леонидович

Задание 1. Стационарное электрическое поле

1.1 (БКФ, т.2, 1.3) Груз с массой $m = 10$ г подвесили к двум одинаковым воздушным шарикам, наполненным гелием. Каждый шарик соединён с грузом нитью длиной $l = 120$ см. Шарики несут одинаковый электрический заряд Q . Найдите Q в единицах СГСЭ $_q$, если известно, что вся система парит в воздухе в равновесии, а расстояние между шарами (центрами шаров) равно $L = 70$ см.

1.2 (БКФ, т.2, 1.6) Альфа-частица проходит с большой скоростью через геометрический центр молекулы водорода H_2 , двигаясь по линии, перпендикулярной к оси, проведённой через протоны. Расстояние между протонами равно b . На каком участке пути альфа-частица испытывает действие наибольшей силы? Протоны мало смещаются за время прохождения альфа-частицы. Электрическим полем электронов в молекуле пренебрегите (это не очень хорошее приближение, так как в центральной части молекулы H_2 имеется значительная концентрация отрицательного заряда).

1.3 (БКФ, т.2, 1.15) Нейтральный атом водорода в нормальном состоянии ведёт себя в некотором отношении как точечный заряд $+e_0$, окружённый облаком отрицательного заряда, плотность которого даётся выражением $\rho(r) = Ce^{-2r/a}$. Здесь $a = 0.53 \cdot 10^{-8}$ см – "боровский радиус", а C – постоянная, величина которой выбирается так, чтобы общий отрицательный заряд был в точности равен $-e_0$. Чему равен полный электрический заряд q внутри сферы радиусом a ? Какова величина электрического поля на таком расстоянии от ядра (в единицах СГСЭ $_V$ /см и В/м)?

1.4 (БКФ, т.2, 1.17) Точечный заряд q расположен: (а) в центре куба, (б) в одной из вершин куба. Чему равен поток вектора \mathbf{E} через каждую из граней куба?

1.5 (БКФ, т.2, 1.19) На поверхности бесконечно большой плоскости имеется равномерное распределение заряда с поверхностной плотностью σ . Справа от плоскости (непосредственно примыкая к плоскости) и параллельно ей расположен бесконечно большой слой заряда толщины d с однородной объёмной плотностью заряда ρ . Определите напряжённость \vec{E} и потенциал φ во всём пространстве. Нарисуйте графики. Проверьте, что потенциал φ удовлетворяет уравнению Пуассона в слое и вне слоя.

1.6 (БКФ, т.2, 1.22) Рассмотрите сферическое распределение заряда с однородной плотностью ρ при $r \leq R$ (однородно заряженный шар). Определите напряжённость \vec{E} и потенциал φ во всём пространстве. Нарисуйте графики. Проверьте, что потенциал φ удовлетворяет уравнению Пуассона внутри и вне шара.

1.7 (БКФ, т.2, 2.3) Небольшая сфера радиуса r концентрична большой сфере радиуса R . По поверхностям сфер равномерно распределены заряды q и Q , соответственно. Вычислите разность потенциалов сфер. Обратите внимание на то, что если заряд q положительный, то потенциал внутренней сферы будет всегда выше, чем потенциал наружной сферы. Таким образом, если сферы соединить проводом, то заряд q полностью перейдёт на наружную сферу, независимо от величины заряда Q .

1.8 (Иродов "Задачи", 1997, 2.26) Две скрещивающиеся взаимно перпендикулярные нити бесконечной длины заряжены равномерно с линейной плотностью λ . Найдите силу взаимодействия нитей.

1.9 Заряд распределен равномерно с плотностью ρ по объему бесконечного цилиндра радиуса R . Считая, что ось z совпадает с осью цилиндра, определите составляющие $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$ и $E_z(x, y, z)$ напряженности электрического поля как внутри ($\rho < R$), так и вне ($\rho > R$) цилиндра (ρ – расстояние до оси z). Проверьте справедливость соотношения $\text{div } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 4\pi k_e \rho(\mathbf{r})$. Найдите потенциал φ во всем пространстве.

1.10 (БКФ, т.2, 2.13) Начертите силовые линии векторного поля $\vec{A} = -y\vec{e}_x + x\vec{e}_y$ в плоскости (x, y) . Вычислите $\text{rot } \vec{A}$. Вычислите линейный интеграл $\oint \vec{A} d\vec{l}$ по замкнутой кривой $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.

Покажите, что теорема Стокса верна, вычислив поток $\text{rot } \vec{A}$ через поверхность, ограниченную этой кривой.

1.11 (БКФ, т.2, 2.14) Вычислите дивергенцию и ротор поля $\vec{E} = (2y, 2x + 3z, 3y)$. Если поле потенциально, то определите потенциал φ этого поля.

1.12 (Иродов "Задачи", 1997, 2.55) Является ли электрическое поле $\vec{E} = 2axy\vec{e}_x + a(x^2 - y^2)\vec{e}_y$, где a – постоянная величина, потенциальным? Если да, то найдите потенциал φ этого электрического поля. Попробуйте нарисовать на плоскости (x, y) силовые и эквипотенциальные линии.

Задание 2. Проводники в электрическом поле

2.1 (БКФ, т.2, 2.9) Вычислите электростатическую энергию системы, состоящей из четырёх электронов по углам тетраэдра со стороной, равной $a = 1$ А, в центре которого находится протон. Что вы можете сказать о результирующей силе, действующей на один из электронов, если известен знак энергии?

2.2 (БКФ, т.2, 2.10) Две одинаковые сферы радиусом r разделены расстоянием $d \gg r$. Заряд Q распределён по поверхности сфер. (а) Определите потенциальную энергию системы, если на каждую сферу поместить заряд $Q/2$. (б) Определите потенциальную энергию, если весь заряд распределён по поверхности одной сферы, а на другой его нет. (в) Определите электрические потенциалы на каждой сфере в случаях (а) и (б). (г) Если соединить сферы в случае (б) тонким проводом так, чтобы заряд мог перетекать от одной сферы к другой, то какова будет окончательная конфигурация заряда? Что можно сказать о сохранении энергии?

2.3 (БКФ, т.2, 1.9, 1.10) В начале 20-го столетия существовала гипотеза чисто электростатического происхождения энергии покоя электрона. Представьте себе электрон в виде шара радиусом r_0 с однородной объёмной плотностью заряда. Найдите r_0 , приравняв энергию шара энергии покоя электрона mc^2 . *Замечание:* у этой модели имеется дефект - не предусмотрено ничего, что могло бы скрепить заряд!

2.4 (БКФ, т.2, 3.5) Проследим за силовой линией, которая выходит из точечного заряда, висящего на высоте h над бесконечной проводящей плоскостью, в горизонтальном направлении, т.е. параллельно плоскости. Где эта линия пересечёт поверхность проводника? Для решения задачи вам понадобится закон Гаусса и простое интегрирование.

2.5 (Иродов "Задачи", 1997, 2.64) Точечный заряд $q = 2.00$ мкКл находится между двумя проводящими взаимно перпендикулярными полуплоскостями. Расстояние от заряда до каждой полуплоскости $l = 5.0$ см. Найдите модуль силы, действующей на заряд.

2.6 (Иродов "Задачи", 1997, 2.74) Четыре большие металлические пластины расположены на малом расстоянии d друг от друга. Внешние пластины (1 и 4) соединены проводником, а на внутренние пластины (2 и 3) подана разность потенциалов $\Delta\varphi$. Найдите: (а) напряженность электрического поля между пластинами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4; (б) суммарный заряд на единицу площади каждой пластины.

2.7 (Иродов "Задачи", 1997, 2.76) Две проводящие плоскости 1 и 2 расположены на расстоянии l друг от друга. Между ними на расстоянии x от плоскости 1 находится точечный заряд q . Найдите заряды, наведенные на каждой из плоскостей.

2.8 (Овчинкин и др. "Задачи", 2000, вариант 2.20) Заряд q находится на расстоянии R от центра металлического шара радиуса a ($R > a$). Определите поверхностную плотность заряда на шаре (в зависимости от угла θ , отсчитываемого от направления на заряд), полный заряд шара и силу притяжения заряда q к шару в двух случаях: (а) шар заземлен, (б) шар изолирован и электронейтрален.

Задание 3. Электрический ток

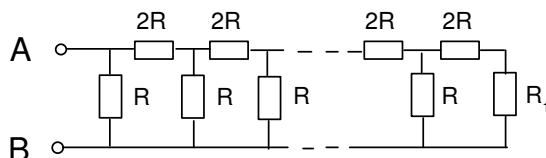
3.1 (БКФ, т.2, 4.1) Электроны движутся в кольцевом ускорителе по круговой орбите длиной 240 м. Во время цикла ускорения на этой орбите обращается примерно 10^{11} электронов. Скорость электронов практически равняется скорости света. Чему равен ток (в амперах)? *Пояснение.* Мы приводим эту задачу, чтобы подчеркнуть, что в определении тока вовсе не требуется, чтобы носители заряда были нерелятивистскими, и, кроме того, не существует правила, запрещающего считать, для вклада в ток, данную заряженную частицу много раз в секунду.

3.2 (БКФ, т.2, 4.3) В электростатическом генераторе Ван де Граафа прорезиненная лента шириной $l = 30$ см движется со скоростью $v = 20$ м/сек. Ленте сообщается поверхностный заряд, причем поверхностная плотность заряда настолько велика, что создает по обеим сторонам ленты поле в $E = 40$ ГГСЭВ/см. Чему равен ток I (в миллиамперах)?

3.3 (БКФ, т.2, вариант 4.6) Контейнер, наполненный кислородом при комнатной температуре и нормальном давлении, освещается пучком рентгеновских лучей, которые ионизируют небольшую часть молекул O_2 . Доля ионизованных молекул составляет $k = 10^{-12}$. В результате образуются положительно заряженные ионы O_2^+ и отрицательно заряженные ионы O_2^- (это молекулы O_2 с присоединенными электронами). Контейнер имеет размеры $10 \times 10 \times 2$ см³, причем стенки 10×10 см² сделаны из металла, а остальные – из изолирующего материала. К проводящим стенкам приложена э.д.с. $U = 1000$ В. Считая, что средняя длина свободного пробега ионов равна $\lambda = 10^{-5}$ см, вычислите проводимость σ газа и ток I (в амперах), текущий через газ.

3.4 (Иродов "Задачи", 1997, 2.158) При каком сопротивлении R_1 в цепочке (рис. 1) сопротивление между точками A и B не зависит от числа ячеек?

Рис. 1:

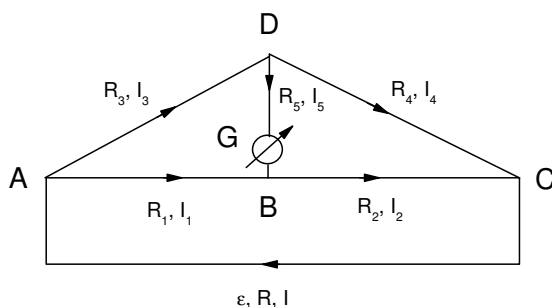


3.5 (Сивухин, т.3, 1996, п.45) Схема, изображенная на рис. 2, называется мостиком Уитстона. Считая известными э.д.с. ε и все сопротивления R, R_1, R_2, R_3, R_4 и R_5 , найдите ток I_5 . Покажите, что если $I_5 = 0$, то

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

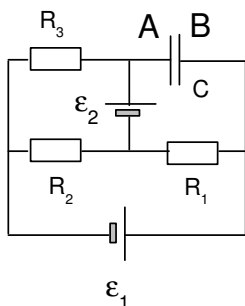
Пояснение. Мостик Уитстона используют для измерения сопротивления проводов. Ветвь AC (реохорд) изготавливается из длинной однородной проволоки с большим удельным сопротивлением, так что отношение R_1/R_2 можно заменить отношением длин AB/BC . Тогда, используя известное сопротивление R_4 и выбирая положение точки B так, что $I_5 = 0$, получаем R_3 .

Рис. 2:



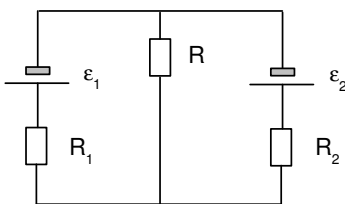
3.6 (Иродов "Задачи", 1997, 2.193) Найдите разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между обкладками конденсатора C схемы, изображенной на рис. 3. Величины $R_1, R_2, R_3, \varepsilon_1$ и ε_2 известны. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

Рис. 3:



3.7 (Иродов "Задачи", 1997, 2.205; БКФ, т.2, 4.13) В схеме (рис. 4) известны R_1 , R_2 , ε_1 и ε_2 . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. При каком сопротивлении R выделяемая на нем тепловая мощность максимальна? Чему она равна? Верно ли утверждение, что при присоединении батареи с фиксированной э.д.с. ε и внутренним сопротивлением R_i к переменному внешнему сопротивлению R , на внешнем сопротивлении выделяется максимальная мощность при $R = R_i$?

Рис. 4:



3.8 (БКФ, т.2, 4.18) Круглая частица графита диаметром $d = 10$ мкм падает в вакууме, пересекая пучок протонов с энергией $E = 3$ кэВ. Частицу стряхнули с поверхности, находящейся над верхним краем пучка на высоте $h = 10$ см. Пучок движущихся горизонтально протонов несет ток $I = 10$ мА, равномерно распределенный по круглому сечению радиусом $r = 2$ см. Примем, что протоны застревают в графите. Что произойдет с частицей? Есть несколько вопросов, над которыми следует подумать. Сколько протонов должна захватить частица, чтобы ее потенциал стал достаточным для отталкивания остальных протонов? Сколько (приблизительно) времени это займет: больше ли, чем нужно частице, чтобы пересечь весь пучок при падении? Приобретет ли частица сколько-нибудь заметную скорость в горизонтальном направлении? Сильно ли она нагреется? Сможет ли подобный пучок протонов, направленный вертикально вверх, поддерживать частичку графита в вакууме?

Задание 4. Постоянное магнитное поле

4.1 (Иродов "Задачи", 1997, 2.232) Найдите величину и направление индукции магнитного поля в точке O контура с током I , показанного на рис. 5. Радиус a и сторона b известны (точка O лежит в центре окружности радиуса a и в вершине квадрата со стороной b).

4.2 (Иродов "Задачи", 1997, 2.239) Найдите величину и направление индукции магнитного поля в точке O , если проводник с током $I = 8.0$ А имеет вид, показанный на рис. 6. Радиус изогнутой части проводника $R = 10.0$ см, прямолинейные участки проводника очень длинные.

4.3 (БКФ, т.2, 6.6) Провод, передающий большому магниту постоянный ток $I = 5000$ А, изготовлен следующим образом. Сплошной алюминиевый стержень диаметром $d = 5$ см окружен

Рис. 5:

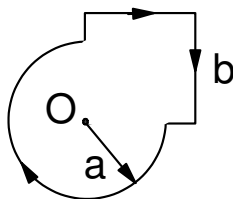
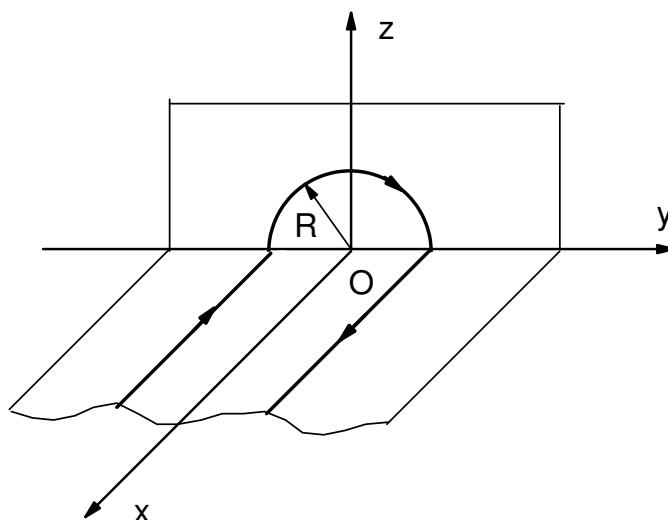


Рис. 6:



возвратным проводником в форме алюминиевого цилиндра с внутренним диаметром $r_1 = 7$ см и наружным $r_2 = 9$ см. Внутреннее пространство между стержнем и цилиндром заполнено протекающим маслом, которое служит для отвода тепла. В каждом проводнике плотность тока практически постоянна по всему поперечному сечению. Вычислите и нанесите на график величину магнитного поля (в Гс) как функцию расстояния (в см) от оси. Искажение магнитного поля в присутствии веществ – алюминия и масла – пренебрежимо мало.

4.4 (БКФ, т.2, 6.7) Соленоид изготовлен из одного слоя медного провода, намотанного на цилиндр диаметром $d = 6$ см. На длину $\Delta L = 1$ см приходится $\Delta N = 5$ витков. Длина соленоида $L = 30$ см. Пользуясь таблицами, мы находим, что сопротивление взятого медного провода, диаметром 0.163 см, равно $\Delta R = 0.010$ Ом на $\Delta l = 1$ м при температуре 75^0 (мы ожидаем, что эта катушка будет нагреваться!). Соленоид соединен с 24-вольтовым генератором. Вычислите индукцию магнитного поля в соленоиде (в Гс и Тл) и рассеяние энергии (в Вт).

4.5 (Иродов "Задачи", 1997, 2.247) В толстом прямом проводе, радиус сечения которого равен R , имеется цилиндрическая полость радиуса a , ось которой параллельна оси провода и смещена относительно последней на расстояние b . По проводу течет постоянный ток плотности j . Найдите вектор \vec{B} индукции магнитного поля внутри полости.

4.6 (БКФ, т.2, 6.5) Атом водорода состоит из протона и нейтрона. Примем, что электрон движется вокруг протона по круговой орбите с радиусом $a = \hbar^2/me^2 = 0.53 \cdot 10^{-8}$ см со скоростью $v = e^2/\hbar$, где $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ_q – элементарный заряд, $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек – постоянная Планка. Какая сила тока (в А) эквивалентна этому циркулирующему заряду? Какова величина (в Гс и Тл)

магнитного поля вблизи протона, создаваемого движением электрона?

4.7 (Иродов "Задачи", 1997, 2.258) Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N = 100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток $I = 1$ А. Радиусы внутреннего и внешнего витков равны $a = 50$ мм и $b = 100$ мм. Найдите индукцию B магнитного поля в центре спирали.

4.8 (Иродов "Задачи", 1997, 2.282) Вдоль длинного тонкостенного круглого цилиндра радиуса $R = 5.0$ см течет ток $I = 50$ А. Какое давление P испытывают стенки цилиндра? Является ли это давление сжимающим или разрывающим?

4.9 (Иродов "Задачи", 1997, 2.287) При измерении эффекта Холла в натриевом проводнике напряженность поперечного поля оказалась равной $E = 5.0$ мкВ/см при плотности тока $j = 200$ А/см² и индукции магнитного поля $B = 1.00$ Тл. Найдите концентрацию электронов проводимости и ее отношение к концентрации атомов в данном проводнике.

4.10 (БКФ, т.2, 6.9) Океанское течение имеет скорость $v = 1$ м/сек в районе, где вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна $B = 0.35$ Гс. Проводимость морской воды в этом районе равна $\sigma = 0.04$ (Ом·см)⁻¹. Найдите плотность горизонтальной составляющей электрического тока (в А/м²).

4.11 (БКФ, т.2, 6.14) Параллельные проводники с током притягиваются, поэтому можно было бы думать, что ток, текущий в сплошном стержне, имеет тенденцию сконцентрироваться около оси стержня. Это значит, что электроны проводимости, вместо того, чтобы распределиться равномерно внутри металла, соберутся около оси. Что, по-вашему, препятствует этому? Произойдет ли это, в какой-то мере, вообще (предложите численную оценку эффекта)? Можете ли вы предложить эксперимент для обнаружения такого эффекта, если он существует?

4.12 Однородный соленоид диаметром $D = 10$ см сделан таким образом, что при удалении от центра соленоида вдоль оси на $l = 1$ см поле меняется менее чем на $\eta = 1\%$. Какова минимальная длина L соленоида? Покажите, что поле на оси соленоида можно сделать меняющимся по закону $a + cx^4 + dx^6 + \dots$ (т.е. без слагаемого $\sim bx^2$), где x – расстояние от центра, если обесточить центральную часть соленоида. Найдите длину h этой обесточенной части.

ГРАФИК СДАЧИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

1-е задание:

2-е задание:

3-е задание:

4-е задание: