ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

Принадлежности: трифилярный подвес; секундомер; линейка; штангенциркуль; набор тел, подлежащих измерению (диск, стержень, полый цилиндр и т. д.).

Момент инерции J твердого тела относительно некоторой оси определяется выражением:

$$J=\int r^2\, dm$$

где r — расстояние элемента массы dm от оси вращения.

В простых случаях величину момента инерции можно определять расчетом, а в сложных — его приходится находить экспериментальным путем. Одним из удобных методов измерения моментов инерции твердых тел является метод трифилярного подвеса. Устройство такого подвеса показано на рис. 1. Подвижная платформа P' подвешена к платформе P на трех симметрично расположенных нитях AA', BB' и CC'. Платформа P укреплена на кронштейне и снабжена рычагом (на чертеже не показан), при помощи которого системе можно - сообщать крутильные колебания. Если повернуть нижнюю платформу P' вокруг вертикальной оси на некоторый угол φ относительно верхней, то возникает момент сил, стремящийся вернуть платформу в положение равновесия. В результате этого платформа начинает совершать крутильные колебания.

Рассмотрим теорию трифилярного подвеса. Если пренебречь трением, то на основании закона сохранения энергии для колеблющейся платформы можно написать следующее уравнение:

$$1/2\, J(\varphi')^2+Mg(z-z_0)=E, \qquad (1)$$

где J - момент инерции платформы вместе с исследуемым телом, M — масса платформы с телом, E — полная энергия системы, z_0— начальная координата точки O' (при $\varphi = 0$), z— координата точки O' при текущем значении φ. Точкой обозначено дифференцирование по времени.

Как следует из рис. 1, координаты точки C равны (r , 0, 0), а точка C' имеет координаты $(R\cos(\varphi), R\sin(\varphi), z)$. Расстояние между точками C и C' равно длине нити l. Поэтому

$$(R\cos\varphi - r)^2 + R\sin^2\varphi + z^2=l^2$$

или

$$z^2 = l^2 - R^2 - r^2 + 2Rr\cos\varphi = z_0^2 - 2Rr(1-\cos\varphi) \approx z_0^2 - Rr\varphi^2. \qquad (2)$$

При написании (2) было принято во внимание, что для малых углов $\cos\varphi \approx 1-\varphi^2/2$. Извлекая корень из выражения (2), найдем, что при малых φ

$$z = (z_0^2 - Rr\varphi^2)^{1/2} = z_0(1 - Rr\varphi^2/z_0^2)^{1/2} \approx z_0 - Rr\varphi^2/2z_0 \qquad (3)$$

Подставив это значение z в уравнение (1), получим:

$$1/2\, J(\varphi')^2 + Mg\, Rr\varphi^2/2z_0 = E \qquad (4)$$