

Определение модуля кручения стержней динамическим методом.

Принадлежности: проволока из исследуемого материала, грузы, секундомер, штангельциркуль, линейка, микрометр.

Если один конец длинного однородного цилиндра закрепить, а к другому приложить закручивающий момент сил M , то согласно закону Гука, этот конец повернется на некоторый угол ϕ , причем:

$$M = f \phi \quad (1)$$

где константа f - модуль кручения. Модуль кручения связан с модулем сдвига G соотношением:

$$f = \pi G r^4 / 2L, \quad (2)$$

где r и L - радиус и длина цилиндра.

Соотношение (1) справедливо только в области упругих деформаций материала цилиндра.

Для определения модуля кручения динамическим методом используется крутильный маятник, который представляет собой длинную вертикально висящую проволоку к нижнему концу которой прикреплен горизонтальный металлический стержень с двумя симметрично расположенными грузами. Расстояние грузов от оси вращения стержня R можно менять перемещая и фиксируя грузы. Верхний конец проволоки закреплен на оси специального приспособления, которое может поворачиваться вокруг своей оси вызывая крутильные колебания.

Уравнение движения такого крутильного маятника в пределах справедливости закона Гука и с учетом сил трения имеет вид:

$$d^2\phi/dt^2 + 2\gamma d\phi/dt + \omega_0^2\phi = 0. \quad (3)$$

Здесь $\omega_0^2 = f/J$, J - момент инерции маятника, $\gamma = \alpha/2J$, α - первый коэффициент разложения в ряд силы трения по угловой скорости.

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$\phi = \phi_0 \exp(-\gamma t) \cos(\omega t + \tau), \quad (4)$$

где амплитуда ϕ_0 и фаза τ определяются начальными условиями, а циклическая частота ω связана с частотой незатухающих колебаний ω_0 соотношением:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2. \quad (5)$$