Определение ускороения свободного падения и исследование физического маятника.

Принадлежности: маятник - тонкий длинный стержень с подвесом, набор экранов, линейка, штангельциркуль секундомер.

Простейшим примером колебательной системы является математический маятник - точечное тело массой m подвешенное на нерастяжимой безмассовой нити в отсутствии диссипативных сил. Уравнение движения этого тела, в предположении малых колебаний, имеет вид:

$$d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0 \qquad (1),$$

где $\omega^2 = g/l$, g - ускорение свободного падения, l - длинна нити подвеса. Циклическая частота $\omega$ связана с периодом колебаний T соотношением:

$$T = 2\pi/\omega \qquad (2).$$

Решение уравнения (1) можно представить в виде:

$$x = a \cos(\omega t + \phi) \qquad (3).$$

Величина a называется амплитудой колебаний, а аргумент косинуса - фазой.

Физический маятник отличается от математического конечными размерами подвешенного тела, наличием сил трения и растяжимостью нити подвеса.

Уравнение движения для тела в виде тонкого стержня длиной $\Delta$, учитывая потери на трение и пренебрегая растяжимостью нити имеет вид:

$$d^2x/dt^2 + 2\gamma\, dx/dt + \omega_0^2 x = 0 \qquad (4),$$

где $\omega_0^2 = gl/(l^2 + \Delta^2/12)$, $\gamma = \alpha/2m$ - коэффициент затухания, $\alpha$ - коэффициент разложения силы трения по скоростям.

Решение уравнения (4) имеет вид:

$$x = a \exp(-\gamma t) \cos(\omega t + \phi) \qquad (5),$$

где $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$. Полученное решение представляет собой затухающие колебания. Скорость убывания амплитуды колебаний определяется коэффициентом затухания, а частота колебаний $\omega$ меньше частоты свободных колебаний в отсутствии сил трения.

Период колебаний в этом случае равен:

$$T^2 = 4\pi/(gl/(l^2 + \Delta^2/12) - \gamma^2) \qquad (6)$$