

КУРЧАТОВСКАЯ ОЛИМПИАДА — 2004, 8 класс

1. Первый толстяк съедает торт за 8 минут, второй — за 6, а третий — за 3 минуты. Сколько минут и секунд понадобится всем трем толстякам вместе, чтобы съесть один торт?
2. Найдите все целые положительные числа a , b и c , удовлетворяющие уравнению

$$ab + ac + bc + 2 = abc.$$

3. Три купца Тит, Карп и Фрол и их жены Олимпиада, Сосипатра и Поликсена (кто на ком женат, мы не знаем) делали покупки на ярмарке. Каждый из них купил столько вещей, сколько рублей заплатил за каждую вещь. Тит купил на 23 предмета больше, чем Сосипатра, а Карп — на 11 предметов больше, чем Олимпиада. Известно, что каждый купец потратил на 63 рубля больше, чем его жена. Сколько покупок совершила Поликсена?
4. Можно ли число $11 \dots 122 \dots 2$, состоящее из 2004 единиц и 2004 двоек, представить в виде произведения $n(n + 1)$, где n — целое число? Если да, то каково число n ?
5. В треугольнике ABC высота AH и медиана BM имеют равные длины. Найти угол MBC .
6. В цилиндрическом стакане с водой плавает деревянная шайба с круглым сквозным отверстием. Высота надводной части шайбы $h = 4$ мм. Найти, на какую дополнительную высоту поднимется шайба по отношению к дну стакана, если отверстие доверху заполнить маслом. Отношение плотности масла к плотности воды равно 0.8. Радиус стакана в 4 раза больше радиуса отверстия.
7. В калориметр, содержащий лед массой $m_{\text{л}} = 100$ г при температуре $t_{\text{л}} = -10^{\circ}\text{C}$, впускают водяной пар массой $m_{\text{п}} = 10$ г при температуре $t_{\text{п}} = 100^{\circ}\text{C}$. Найти массу воды, образовавшейся в калориметре после установления теплового равновесия. Удельная теплоемкость льда $C_{\text{л}} = 2,1$ кДж/(кг град), удельная теплоемкость воды $C_{\text{в}} = 4,2$ кДж/(кг град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная теплота парообразования воды $L = 2300$ кДж/кг. Теплоемкостью калориметра пренебречь.